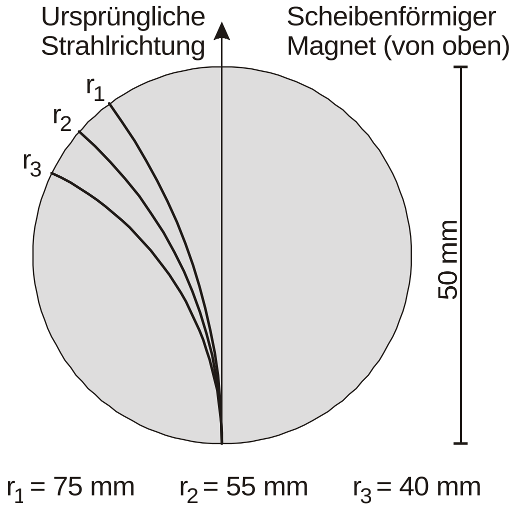
**Allgemeine Hinweise zu den Aufgaben:**

Zunächst sollte versucht werden, die Aufgaben ausschließlich unter der Verwendung derjenigen Hilfsmittel zu bearbeiten, die auch in Klausuren zugelassen sind, also Formelsammlung und Taschenrechner. Weitere Hilfsmittel (Scripte, Aufzeichnungen, Lehrbuch) sollten erst dann hinzugezogen werden, wenn auch nach längerem Nachdenken kein zielführender Lösungsansatz gefunden werden kann. Der Zeitbedarf pro Aufgabe lieg bei ca. 30 - 90 Minuten.
Der einleitende Text beschreibt einen Sachverhalt und kennzeichnet relevante Größen. Die nachfolgenden Arbeitsaufträge definieren die entsprechende Fragestellung.
*Vor* einer Lösung der Aufgaben sollte in jedem Fall zunächst der entsprechende Versuchsaufbau skizziert, angemessen beschriftet und verbal der Aufbau und ggf. detaillierter als im einleitenden Text die Durchführung, erwartete Beobachtungen sowie das Versuchsziel beschrieben werden.
*Nach* der Lösung von Aufgaben, die die Herleitung einer Formel enthalten, sollten geeignete konkrete Werte sinnvoll ausgewählt und eingesetzt werden, um die Größenordnungen abschätzen zu lernen.

### Ü-20 (Ablenkung von a- und b-Strahlung)

Bei Kernprozessen emittierte $\alpha$- und $\beta$-Strahlung lässt sich analysieren, wenn man ihre Bahnkurven in einem Magnetfeld untersucht, da sie hier im Gegensatz zur $\gamma$-Strahlung eine Ablenkung erfahren.




a) In einer Nebelkammer mit einem eingebrachten Scheibenmagneten auf dem Boden der Kammer beobachtet man verschiedene Krümmungsradien $r_i$. Die nebenstehende Abbildung im Maßstab 1 : 1 zeigt exemplarisch drei verschiedene solcher Bahnen, wie sie von einem Präparat erzeugt werden, dessen $\beta$-Teilchen maximal eine kinetische Energie von 1,6 MeV aufweisen. Dabei treten keine Bahnen mit einem Krümmungsradius $r_{max} > 0{,}1$ m auf. Bestimmen Sie aus diesen Angaben zunächst die magnetische Flussdichte B des Magneten und anschließend die Energien der $\beta$-Teilchen, die für die drei dargestellten Bahnen verantwortlich sind.

b) Schätzen Sie begründet ab, ob bei Verwendung eines $\alpha$-Strahlers mit einer Energie von 3,5 MeV bei Verwendung des Magneten aus dem Versuch nach a) eine Bahnkrümmung zu beobachten sein wird.

### Ü-21 (Abstandsgesetz und Absorption von g-Strahlung)

Bei $\gamma$-Strahlung hängt die Zählrate in erster Linie vom Abstand, ggf. aber auch vom Volumen des Zählrohrs sowie von der Materie ab, die die Strahlung von ihrem Entstehen bis zum Zählrohr durchlaufen hat.

a) Ein $\gamma$-Präparat habe eine Aktivität A = 500 kBq. In einem Abstand r = 0,5 m befinden sich ein Szintillationszählrohr mit einem Durchmesser von 50 mm und einer Nachweiswahrscheinlichkeit von 90 % und ein Geiger-Müller-Zählrohr mit einem Durchmesser von 15 mm und einer Nachweiswahrscheinlichkeit von 10 %. Berechnen Sie die jeweilige Impulsrate, die von den beiden Zählrohren registriert wird. Das Szintillationszählrohr hat eine Nullrate von 35 $s^{-1}$, das Geiger-Müller-Zählrohr eine Nullrate von 0,5 $s^{-1}$. Wie groß ist jeweils der relative Fehler der beiden Impulsraten?

b) Zwischen das Präparat und das Szintillationszählrohr wird ein Absorbermaterial gebracht, das bei der Materialdicke d = 10 mm die Impulsrate um 35 % reduziert. Bestimmen Sie die Halbwertsdicke $d_H$ und die Dicke $d_N$, bei der die Impulsrate die Größenordnung der Nullrate des Zählrohrs erreicht. In welchem Abstand $d_D$ müsste man das Zählrohr platzieren, damit bei einem Absorber der Dicke $d_H$ die Zählrate auf die Größenordnung der Nullrate absinkt?

### Ü-22 (Radioaktiver Zerfall)

Ein radioaktiver Mischstrahler bestehe aus zwei Komponenten mit den beiden sehr unterschiedlichen Zerfallskonstanten $\lambda_1$ und $\lambda_2$. Die Tabelle rechts gibt die Gesamtaktivität dieses Strahlers in Abhängigkeit von der Zeit wieder.

| t in s | $A_{ges}(t)$ |
|---|---|
| 0 | 100000 |
| 1 | 33934 |
| 2 | 11930 |
| 3 | 4593 |
| 4 | 2139 |
| 5 | 1309 |
| 6 | 1022 |
| 7 | 914 |
| 8 | 867 |
| 9 | 840 |
| 10 | 820 |

a) Bestimmen Sie durch eine halblogarithmische Auftragung die beiden Zerfallskonstanten $\lambda_1$ und $\lambda_2$ sowie die prozentuale Verteilung der beiden Komponenten.

### Ü-23 (Kernspaltung)

Ein Reaktor benötigt pro Jahr etwa etwa 200 t Uran, das auf einen Anteil von 3,5 % U235 angereichert ist, wobei pro Spaltung eine Energie von ca. 200 MeV frei wird.

a) Bestimmen Sie die Leistung des Reaktors, wenn die Brennstäbe nur bis zu einem U235-Gehalt von 1,5 % im Reaktor verbleiben können.

b) Die Atombombe von Hiroshima hatte eine Sprengkraft von ca. 30 000 t TNT (1 kg TNT entspricht 4 MJ). Wieviel U235 wurde dabei gespalten und innnerhalb welcher Zeit wurde diese Energie freigesetzt, wenn die Vermehrungsrate der Neutronen etwa den Wert k = 1,01 hatte und die Zeit zwischen Spaltung und Neutroneneinfang ca. $1 \cdot 10^{-8}$ s beträgt?

**Lsg. Ü-20**

**Versuchsziel:** Ablenkung geladener Teilchen in einer Nebelkammer

**Aufbau:** Ein kreisförmiger Magnet befindet sich auf dem Boden einer kontinuierlich arbeitenden Nebelkammer, sein Magnetfeld steht senkrecht auf der Kreisebene und damit senkrecht zur Bahn der in die Kammer eintretenden Strahlung.

**Skizze:** siehe Aufgabenstellung (Ansicht von oben)

**Durchführung:** Vor die Eintrittsöffnung wird nacheinander zunächst ein β-Strahler und anschließend ein α-Strahler gebracht. Man beobachtet die Bahnen der Strahlungsteilchen, wie sie in der Nebelkammer sichtbar werden und misst ihren Austrittspunkt bei Verlassen des Magnetfeldes (vergl. Skizze).

a) Aus der Maximalenergie der β-Teilchen und dem zugehörigen maximalen Krümmungsradius $r_{max}$ lässt sich aus der Gleichgewichtsbedingung

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \qquad (20.1)$$

die magnetische Flussdichte B bestimmen. Man erhält

$$B = \frac{m \cdot v}{q \cdot r} \qquad (20.2)$$

Da die angegebene kinetische Energie größer ist als die Ruhenergie eines Elektrons, aus dem die β-Strahlung besteht, muss hier auf jeden Fall relativistisch gerechnet werden. Folglich muss m durch die relativistische Masse $m_r$ ersetzt werden, für die gilt:

$$m_R = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (20.3)$$

Einsetzen von (16.3) in (16.2) liefert

$$B = \frac{m_0}{q \cdot r} \cdot \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{q \cdot r} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}} \qquad (20.4)$$

Zur Berechnung der Geschwindigkeit v benötigt man die Einsteinsche Formel für die relativistische Gesamtenergie einer Masse. Es gilt

$$E_{kin} = E_{ges} - E_0 \qquad (20.5)$$

und man erhält

$$E_{kin} = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \cdot c^2 \qquad (20.6)$$

und daraus durch entsprechende Umformungen

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 \cdot c^2}{E_{kin} + m_0 \cdot c^2} \right)^2} \qquad (20.7)$$

Einsetzen der Zahlenwerte liefert mit $E_{kin}$ = 1,6 MeV = 2,56·10^-13 J

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot \left(2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2{,}56 \cdot 10^{-13}\,\text{J} + 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot \left(2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \right)^2} = 2{,}909 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und man erhält für die Flussdichte des Magneten

$$B = \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{kg} \cdot 0{,}1\text{m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\left(2{,}909 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} - \frac{1}{\left(2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}}} = 0{,}0683\text{T}$$

Zur Bestimmung der Energien der Teilchen bei den beobachteten Bahnradien ist aus den Radien $r_i$ und der nun bekannten Flussdichte B zunächst die Geschwindigkeit und daraus nach (16.6) die kinetische Teilchenenergie zu berechnen. Auflösen von (16.4) nach v ergibt

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{m_0^2 \cdot c^2}{(Q \cdot r \cdot B)^2}}} \qquad (16.8)$$

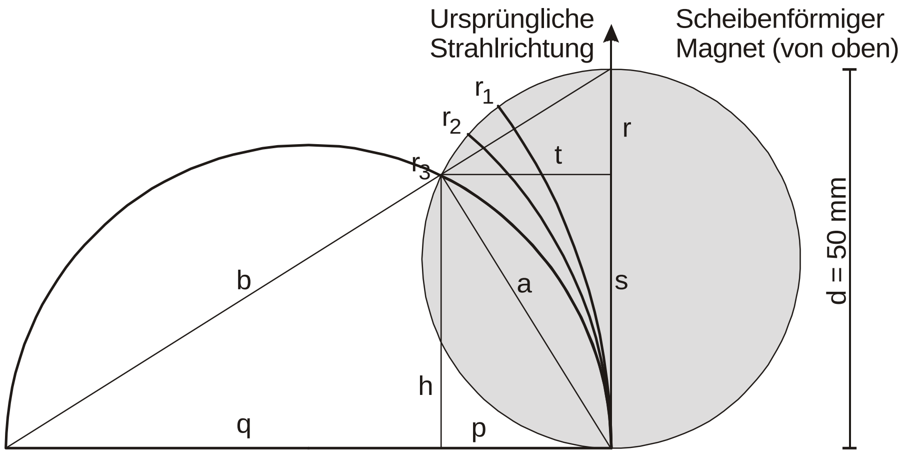
und man erhält

$$v_1 = 2{,}845 \cdot 10^8 \,\frac{m}{s} \qquad v_2 = 2{,}730 \cdot 10^8 \,\frac{m}{s} \qquad v_3 = 2{,}544 \cdot 10^8 \,\frac{m}{s}$$

$$E_{kin,1} = 1{,}775 \cdot 10^{-13}\,J = 1{,}11\,MeV \qquad E_{kin,2} = 1{,}163 \cdot 10^{-13}\,J = 0{,}726\,MeV \qquad E_{kin,3} = 0{,}728 \cdot 10^{-13}\,J = 0{,}455\,MeV$$

***Zusätzliche Information:***

*Wenn der Krümmungsradius nicht wie hier gegeben ist, kann er aus der Geometrie der Anordnung (siehe nebenstehende Skizze) bestimmt werden. Hierzu misst man den Abstand h des Austrittspunktes der Bahn aus dem durch den Magneten vorgegebenen Kreis mit dem Durchmesser d und erhält dann den Krümmungsradius der Bahn nach folgendem Verfahren:*




*Nach dem Höhensatz des Euklid gilt zwischen den Hypothenusenabschnitten p und q die Beziehung*

$$h^2 = p \cdot q \qquad (16.9)$$

*Die Strecke h entspricht der Teilstrecke s auf dem Durchmeser des Magnetkreises, somit erhält man*

$$q = \frac{h^2}{p} = \frac{s^2}{\sqrt{(d-s) \cdot s}} \qquad (16.10)$$

*Ebenfalls nach dem Höhensatz des Euklid gilt zwischen den Hypothenusenabschnitten r und s und dem Abstand des Austrittspunktes t vom Duchmesser des Magnetkreises als Höhe dieses Teildreieckes, der zugleich die Länge der Strecke p liefert:*

$$t^2 = r \cdot s \Rightarrow p = \sqrt{r \cdot s} = \sqrt{(d-s) \cdot s} \qquad (16.11)$$

*Die Länge der Hypothenuse c ergibt sich aus der Summe der zugehörigen Hypothenusenabschnitte damit zu*

$$c = p + q = \sqrt{(d-s) \cdot s} + \frac{s^2}{\sqrt{(d-s) \cdot s}} = \frac{d \cdot s - s^2 + s^2}{\sqrt{(d-s) \cdot s}} = \frac{d \cdot s}{\sqrt{(d-s) \cdot s}} \qquad (16.12)$$

*Der gesuchte Krümmungsradius der Bahn ist die nach dem Satz über den Thaleskreis die Hälfte der Hypothenuse c und man erhält somit*

$$r_k = \frac{c}{2} = \frac{d \cdot s}{2 \cdot \sqrt{(d-s) \cdot s}} = \frac{d \cdot s}{2 \cdot \sqrt{d \cdot s - s^2}} = \frac{d}{2 \cdot \sqrt{\frac{d}{s} - 1}} \qquad (16.13)$$

*somit lässt sich also der Krümmungsradius $r_k$ ausschließlich durch die recht einfache Messung von d und s bestimmen.*

b) Die magnetische Flussdichte nach a) ist B = 0,0683 T. Nach (16.7) erhält man für die α-Teilchen unter Berücksichtigung ihrer erheblich höheren Masse von $m_\alpha = 6{,}6442 \cdot 10^{-27}$ kg bei einer Energie von 3,5 MeV = $5{,}607 \cdot 10^{-13}$ J die Geschwindigkeit

$$v = 2{,}998 \cdot 10^8\,\frac{m}{s} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{6{,}6442 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot \left(2{,}998 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}\right)^2}{5{,}607 \cdot 10^{-13}\,J + 6{,}6442 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot \left(2{,}998 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}\right)^2} \right)^2} = 0{,}1298 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}$$

Diese beträgt gerade 4,4 % der Lichtgeschwindigkeit, sodass hier nicht relativistisch gerechnet werden muss.

Somit erhält man aus (16.2) durch Auflösen nach r den Krümmungsradius

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \qquad (16.14)$$

und daraus nach Einsetzen der Zahlenwerte

$$r_\alpha = \frac{6{,}6442 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 0{,}1298 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}0683 T} = 3{,}94\,m$$

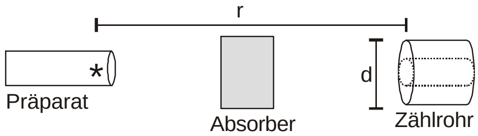
Bei dem verwendeten Magneten mit einem Durchmesser von 50 mm wäre eine Bahnkrümmung nicht zu beobachten.

## Lsg. Ü-21

**Versuchsziel:** Berechnung der Zählrate bei verschiedenen Zährohrdurchmessern

**Aufbau:** In einem Abstand r = 0,5 m von einem radioaktives Präparat mit einer Aktivität von 500 kBq werden ein Szintillationszählrohr sowie eine Geiger-Müller-Zählrohr platziert und jeweils die Impulsrate bestimmt.

**Skizze:** siehe nebenstehende Skizze




**Durchführung:** Man bestimmt die Zählrate für 1 s und für 10 s Messdauer. Der Absorber wird nur in b) eingesetzt.

a) Für die Bestimmung der Impulsrate muss das Abstandsgesetz berücksichtigt werden, bei dem die Zählrohrfläche (in diesem Fall die beiden kreisförmigen Querschnittsflächen) in Bezug zur Oberfläche einer Kugelfläche mit dem Radius des Abstandes gesetzt werden muss, außerdem ist die angegebene Nachweisempfindlichkeit als Faktor einzubeziehen. Man erhält

$$I(r) = A_p \cdot \frac{A_Z}{A_{K,r}} \cdot p_Z(\gamma) + N_0 = A_p \cdot \frac{\pi \cdot r_Z^2}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot p_Z(\gamma) + N_0 = A_p \cdot \frac{r_Z^2}{4 \cdot r^2} \cdot p_Z(\gamma) + N_0 \qquad (21.1)$$

dabei ist $A_p$ die Aktivität des Präparates, $r_z$ der Radius des Zählrohres, r der Abstand vom Präparat, $p_z(g)$ die Nachweiswahrscheinlichkeit und $N_0$ die Nullrate. Für die beiden Zählrohre erhält man somit bei einer Messzeit von 1 s bzw. 10 s

$$SZR(1s): I(r) = 500 \cdot 10^3 s^{-1} \cdot \frac{(0{,}025m)^2}{4 \cdot (0{,}5m)^2} \cdot 0{,}9 + 35 = 316\,s^{-1} \qquad SZR(10s): I(r) = 316{,}3\,s^{-1}$$

$$GMZ(1s): I(r) = 500 \cdot 10^3 s^{-1} \cdot \frac{(0{,}0075m)^2}{4 \cdot (0{,}5m)^2} \cdot 0{,}1 + 0{,}5 = 3\,s^{-1} \qquad GMZ(10s): I(r) = 3{,}3\,s^{-1}$$

Der relative Fehler ergibt sich aus der reziproken Wurzel der im Messintervall registrierten Ereignisse, die bei 10 s Messzeit 10 mal so groß sind wie die Impulsrate. Man erhält folglich

$$SZR(1s): \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{316}} = 5{,}6\% \qquad SZR(10s): \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{3163}} = 1{,}8\%$$

$$GMZ(1s): \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 58\% \qquad GMZ(10s): \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{33}} = 17{,}4\%$$

b) Für das Absorptionsgesetz gilt die Gleichung

$$N(d) = N_0 \cdot 2^{-\frac{d}{d_H}} \qquad (21.2)$$

dabei ist $N_0$ die Zählrate ohne Absorber, N(d) die Zählrate mit einem Absorber der Dicke d. und $d_H$ die Halbwertsdicke, bei der die Strahlung auf 50 % reduziert wird.

Aus den gegebenen Größen d und N(d) lässt sich somit die Halbwertsdicke $d_H$ berechnen. Man erhält durch Logarithmieren und Auflösen nach $d_H$

$$\frac{N(d)}{N_0} = 2^{-\frac{d}{d_H}} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{N(d)}{N_0}\right) = -\frac{d}{d_H} \cdot \ln(2) \quad \Rightarrow \quad d_H = -\frac{d \cdot \ln(2)}{\ln\left(\frac{N(d)}{N_0}\right)} \qquad (21.3)$$

Bei einer Absorberdicke d = 10 mm wird die Strahlung um 35 % reduziert, das heißt, N(d) beträgt nach Absorption noch 65 % der ursprünglichen Zählrate. Einsetzen der Zahlenwerte liefert damit

$$d_H = -\frac{10\,\text{mm} \cdot \ln(2)}{\ln(0{,}65)} = 16{,}1\,\text{mm}$$

Damit die Zählrate auf die Größenordnung der Nullrate absinkt, muss $N(d_N)$ doppelt so groß wie die Nullrate sein, da die Nullrate (nahezu) unabhängig vom Absorber ist und in jedem Fall mit gemessen wird. Um $d_N$ zu erhalten, muss (21.2) nach $d = d_N$ aufgelöst werden. Man erhält nach (21.3)

$$d_N = -\frac{d_H}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{N(d_N)}{N_0}\right) \qquad (21.4)$$

Einsetzen der Zahlenwerte mit $N(d_N) = 70$, $N_0 = 316$ und $d_H = 16{,}1$ mm ergibt

$$d_N = -\frac{16{,}1\,\text{mm}}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{70}{316}\right) = 35{,}0\,\text{mm}$$

Um den Abstand $d_D$ zu bestimmen, ist es unerheblich, an welcher Stelle der Absorber platziert wird. Somit kann man ihn sich auch als Mantel um das Paräparat denken, sodass dessen Aktivität genau um die Hälfte reduziert wird. Somit lässt sich nun (21.1) verwenden, um r so zu bestimmen, dass die gemessene Zählrate den obigen Wert annimt. Dazu muss (21.1) nach r aufgelöst werden. Man erhält

$$r_D = r_Z \sqrt{\frac{A_p \cdot p_Z(\gamma)}{4 \cdot (N(r_D) - N_0)}} \qquad (21.5)$$

wobei I(r) durch $N(r_D) = N(d_N)$ ersetzt wurde. Mit $N(r_D) = 70\,\text{s}^{-1}$ und $A_p = 250$ kBq erhält man daraus

$$r_D = 25\,\text{mm} \cdot \sqrt{\frac{250 \cdot 10^3\,\text{s}^{-1} \cdot 0{,}9}{4 \cdot \left(70\text{s}^{-1} - 35\text{s}^{-1}\right)}} = 1002\,\text{mm}$$

der Abstand des Zählrohrs muss also auf etwa einen Meter vergrößert werden.

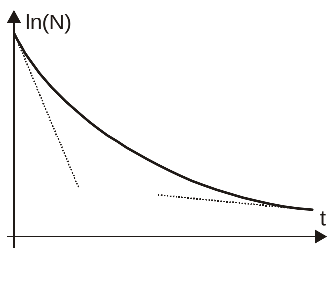
## Lsg. Ü-22

**Versuchsziel:** Zerfallsgesetz bei einem Mischstrahler

**Aufbau:** Bei einem Mischstrahler bestimmt man die Zerfallsrate in Abhängigkeit von der Zeit.

**Skizze:** (Standardaufbau)

**Durchführung:** Man bestimmt so lange die Impulsrate, bis diese auf einen deutlich geringeren Wert als zu Beginn der Messung abgesunken ist.




a) Wie man der angegebenen Messtabelle entnehmen kann, nimmt die Zählrate zunächst sehr stark ab (nahezu mit dem Faktor 3 in den ersten beiden Zeitintervallen), während sie am Ende erheblich langsamer sinkt (Faktor etwa 0,03). In einer halblogarithmischen Darstellung (siehe Skizze rechts) zeigt N(t) damit einen gekrümmten Verlauf, wobei die beiden Tangenten an den Anfang und das Ende der Kurve den beiden Zerfallskonstanten entsprechen.

Für den Zerfall einer Komponente gilt das Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \qquad (22.1)$$

somit erhält man für den Mischstrahler

$$N_{ges}(t) = N_{0,1} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t} + N_{0,2} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \qquad (22.2)$$

Wie aus dem Graphen für ln(N) offensichtlich wird, ist nach 10 s die kurzlebige Komponente praktisch vollständig zerfallen und trägt praktisch nicht mehr zur Gesamtzählrate bei. Hier wird $N_{ges}$ nur noch von $\lambda_2$ bestimmt. In der halblogarithmischen Darstellung gilt aber

| t in s | $\ln(A_{ges}(t))$ |
|---|---|
| 0 | 11,513 |
| 1 | 10,432 |
| 2 | 9,387 |
| 3 | 8,432 |
| 4 | 7,668 |
| 5 | 7,177 |
| 6 | 6,930 |
| 7 | 6,818 |
| 8 | 6,765 |
| 9 | 6,733 |
| 10 | 6,709 |

$$\ln(N(t)) = \ln(N_0) - \lambda_i \cdot t \qquad (22.3)$$

was man durch Logarithmieren von (22.1) erhält und zeigt, dass die Steigung der Tangente der Zerfallskonstanten $\lambda_i$ entspricht.

Somit lässt sich die Steigung der rechten Tangente und damit $\lambda_2$ recht gut aus den letzten beiden logarithmierten Wertepaaren der Tabelle (siehe rechts) berechnen, man erhält:

$$-\lambda_2 = \frac{\ln(N_{ges}(10s)) - \ln(N_{ges}(9s))}{10s - 9s} = \frac{6{,}709 - 6{,}733}{1s} = -0{,}024\,s^{-1}$$

Zum Zeitpunkt t = 10 s finden 820 Zerfälle pro Sekunde statt, die allein auf die zweite Komponente zurückzuführen sind. Gemäß dem Zerfallsgesetz für die 2. Komponente

$$N_2(t) = N_{0,2} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \qquad (22.4)$$

erhält man $N_{0,2}$ durch Auflösen nach $N_{0,2}$ und Einsetzen von $\lambda_2$ = -0,024 $s^{-1}$ und t = 10 s zu

$$N_{0,2} = \frac{N_2(t)}{e^{-\lambda_2 \cdot t}} = \frac{820}{e^{-0{,}024 s^{-1} \cdot 10 s}} = 1042$$

und somit für $N_{0,1}$

$$N_{0,1} = N_{ges}(0) - N_{0,2} = 100000 - 1042 = 98958$$

Nach der Zeit t = 1 s beträgt der Anteil der zweiten Komponente an der Gesamtrate

$$N_2(t = 1s) = 1042 \cdot e^{-0{,}024 s^{-1} \cdot 1s} = 1017$$

also sind nach 1 s noch

$$N_1(t = 1s) = 33934 - 1014 = 32920$$

Ereignisse auf die erste Komponente zurückzuführen. Daraus ergibt sich die zugehörige Zerfallskonstante $\lambda_1$ zu

$$N_1(t) = N_{0,1} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{1}{t} \cdot \ln\left(\frac{N_1(t)}{N_{0,1}}\right) = -\frac{1}{1s} \cdot \ln\left(\frac{32920}{98958}\right) = -1{,}100\,s^{-1}$$

Damit ergibt sich die prozentuale Verteilung zu

$$\frac{N_{0,1}}{N_{ges}} = \frac{98958}{100\,000} = 98{,}96\%$$

für die erste Komponente und

$$\frac{N_{0,2}}{N_{ges}} = \frac{1042}{100\,000} = 1{,}04\%$$

für die zweite Komponente.

## Lsg. Ü-23

**Versuchsziel:** entfällt

**Aufbau:** entfällt

**Skizze:** entfällt

**Durchführung:** entfällt

a) Nach der Aufgabenstellung nimmt die Menge von U235 von 3,5 auf 1,5 % ab. Die dabei durch Kernspaltung zerfallene Massendifferenz $\Delta m$ an U235 ergibt sich zu

$$\Delta m = m_{ges} \cdot (k_1 - k_0) \qquad (23.1)$$

wobei $k_0$ und $k_1$ die Anteile des U235 an der Gesamtmasse $m_{ges}$ angeben. Die Leistung des Reaktors ergibt sich aus der Energie, die pro Zeiteinheit erzeugt wird, es gilt:

$$P = \frac{E}{t} \qquad (23.2)$$

Die Energie ergibt sich aus dem Produkt der Energie pro Zerfall $E_Z$ und der Gesamtzahl N der U235-Atome, die in der angebenenen Zeit von t = 1 a = 31,536 · $1^{06}$ s zerfallen. Für die Energie gilt somit:

$$E = N \cdot E_Z \qquad (23.3)$$

Die Anzahl N der zerfallenen Atome ergibt sich in erster Näherung durch das Molgewicht M von U235 aus der Avogadro-Konstanten $N_A$ und der Massendifferenz Δm zu

$$N = N_A \cdot \frac{\Delta m}{M} \qquad (23.4)$$

Einsetzen dieser Beziehungen ergibt für die Leistung den Ausdruck

$$P = \frac{N_A \cdot m_{ges} \cdot (k_1 - k_0) \cdot E_Z}{M \cdot t} \qquad (23.5)$$

und nach Einsetzen der Zahlenwerte mit $k_0$ = 0,035 und $k_1$ = 0,015 erhält man

$$P = \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1} \cdot 200 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot (0{,}035 - 0{,}015) \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{0{,}235\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 31{,}536 \cdot 10^6\,\text{s}} = 1{,}041 \cdot 10^9\,\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1041\,\text{MW}$$

b) Die Anzahl der bei der Explosion gespaltenen Kerne ergibt sich nach (23.3) zu

$$N = \frac{E}{E_Z} \qquad (23.6)$$

Nach (23.4) erhält man daraus für die Spaltmasse

$$\Delta m = \frac{N \cdot M}{N_A} = \frac{E \cdot M}{E_Z \cdot N_A} \qquad (23.7)$$

Nach Einsetzen der Zahlenwerte (Einheiten beachten!) ergibt sich daraus

$$\Delta m = \frac{30\,000 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 4 \cdot 10^6\,\frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0{,}235\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{200 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}} = 6{,}2\,\text{kg}$$

es wurden also lediglich 6,2 kg U235 gespalten.

Die Anzahl der gespaltenen Kerne ergibt sich nach (23.6) zu

$$N = \frac{30\,000 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 4 \cdot 10^6\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}}{200 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{J}} = 3{,}745 \cdot 10^{24}$$

Für die Anzahl der gespaltenen Kerne in Abhängigkeit von der Zeit gilt

$$N(t) = k^{\frac{t}{\tau}} \qquad (23.8)$$

Durch Logarithmieren erhält man die Zeit t, bis diese Anzahl von Atomen gespalten ist. Man erhält

$$\ln(N(t)) = \frac{t}{\tau} \cdot \ln(k) \quad \Rightarrow \quad t = \tau \cdot \frac{\ln(N(t))}{\ln(k)} \qquad (23.9)$$

Bei der angebenenen Vermehrungsrate von k = 1,01 ergibt sich mit der Spaltzeit τ = 1 · $10^{-8}$ s daraus

$$t = 1 \cdot 10^{-8}\,\text{s} \cdot \frac{\ln(3{,}745 \cdot 10^{24})}{\ln(1{,}01)} = 5{,}69 \cdot 10^{-5}\,\text{s} \approx 60\,\mu\text{s}$$

d.h., die angegebene Energie wird im Bruchteil einer Millisekunde freigesetzt, was die ungeheure Zerstörungskraft einer Atombombe kennzeichnet (kein chemischer Sprengstoff kann in dieser Zeit allein schon wegen des von ihm eingenommenen Volumens vollständig zur Explosion gebracht werden).